

Persamaan Logaritma Berbentuk $a \log F(x) = a \log g(x)$

Anisa Syairah

¹Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai, Jl. Tuanku Tambusai No.23, Bangkinang, Kec. Bangkinang, Kabupaten Kampar, Riau
anisasyairah1110@gmail.com

Abstract

Logarithms are the opposite of exponents. For this reason, before discussing logarithms, it is necessary to review exponentials and their properties (Thamrin, 2017). Logarithmic equations are equations whose numbers are logarithmic numbers. Logarithmic equations, in general to solve logarithmic equations related to logarithms, the concept or fact is often used that $a \log x = a \log y \leftrightarrow x = y$. The information collection method used is a literature study. By proving the work on the example problem of logarithm equations in the form $a \log f(x) = a \log g(x)$.

Keywords: Logarithms, Logarithmic Equations, Properties of Logarithms, Forms of Logarithms

Abstrak

Logaritma merupakan kebalikan dari perpangkatan. Untuk itu, sebelum membahas tentang logaritma perlu melakukan revidu mengenai perpangkatan dan sifat-sifatnya(Thamrin, 2017). Persamaan logaritma ialah persamaan yang bilangannya berupa bilangan logaritma. Persamaan logaritma, secara umum untuk menyelesaikan persamaan logaritma yang berkaitan dengan logaritma, sering digunakan konsep atau fakta bahwa $a \log x = a \log y \leftrightarrow x = y$. Metode pengumpulan informasi yang digunakan adalah studi literatur.

Dengan membuktikan pengerjaan contoh soal persamaan logaritma berbentuk $a \log f(x) = a \log g(x)$.

Kata Kunci: Logaritma, Persamaan Logaritma, Sifat-Sifat Logaritma, Bentuk-Bentuk Logaritma

Copyright (c) 2024 Anisa Syairah

✉Corresponding author: Anisa Syairah

Email Address: anisasyairah1110@gmail.com (Desa Sipungguk, Kec. Salo, Kab. Kampar, Provinsi Riau)

Received 23 October 2024, Accepted 29 October 2024, Published 04 November 2024

PENDAHULUAN

Logaritma merupakan kebalikan dari perpangkatan. Untuk itu, sebelum membahas tentang logaritma perlu melakukan revidu mengenai perpangkatan dan sifat-sifatnya(Thamrin, 2017). “Logaritma adalah invers dari perpangkatan yaitu mencari pangkat dari suatu bilangan pokok sehingga hasilnya sesuai dengan yangtelah diketahui” (Pratama, 2018).

Logaritma sering digunakan untuk memecahkan persamaan yang pangkatnya tidak diketahui. Selain di bidang matematika, manfaat mempelajari logaritma bisa kita temukan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu manfaat dari materi logaritma yaitu dalam bidang sains dan teknologi. logaritma juga digunakan dalam Skala Richter, yaitu untuk mengukur intensitas gempa bumi dengan skala logaritma berbasis 10. Dalam astronomi, magnitudo yang mengukur terangnya bintang dengan menggunakan skala logaritmik, karena mata manusia mempersepsikan terang secara logaritmik (Pintar, n.d., 2018).

Persamaan logaritma ialah persamaan yang bilangannya berupa bilangan logaritma. Persamaan logaritma, secara umum untuk menyelesaikan persamaan logaritma yang berkaitan dengan logaritma, sering digunakan konsep atau fakta bahwa $a \log x = a \log y \leftrightarrow x = y$.

Kadangkala dalam persamaan logaritma tersebut ada bentuk logaritma dengan bilangan pokoknya berbeda, apabila terjadi demikian maka kita usahakan untuk memanipulasi bentuk persamaan ke dalam bentuk logaritma dengan bilangan pokok yang sama terlebih dahulu, kemudian baru diselesaikan. Disamping itu ada juga persamaan logaritma dikaitkan dengan bentuk persamaan yang lain seperti persamaan kuadrat atau bentuk persamaan lainnya (Dong, 2012).

METODE

Dalam penelitian ini, metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kepustakaan (library research), yang merupakan rangkaian kegiatan yang berkaitan dengan pengumpulan data melalui sumber-sumber pustaka, dan metode search engine yang merupakan pencarian di internet. secara umum tulisan ini memuat latar belakang penulisan. Terdapat gambaran umum dari latar belakang tentang permasalahan yang dibahas. Kemudian disajikan teori-teori yang membantu penulisan dalam menyelesaikan masalah yang dipaparkan sebelumnya, sehingga pada pembahasan selanjutnya merupakan pembahasan keseluruhan tulisan ini yang memberikan penjelasan tentang persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$. Semua penulisan sudah didasari pada artikel maupun jurnal yang berkaitan dengan materi penulisan.

HASIL DAN DISKUSI

Strategi Persamaan Logaritma Berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$

Untuk menyelesaikan $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ dimana $a > 0$, $a \neq 1$ dan $f(x) > 0$, $g(x) > 0$ dapat kita gunakan sifat $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \iff f(x) = g(x)$.

1. Identifikasi Bentuk Logaritmanya

Mengidentifikasi bentuk persamaan logaritmanya, karena setiap bentuk logaritma memiliki sifat-sifat tertentu yang berpengaruh pada proses penyelesaian.

2. Selesaikan Persamaan Logaritmanya

Selesaikan persamaan logaritmanya mengacu pada sifat $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \iff f(x) = g(x)$ hingga diperoleh nilai variabel yang dicari.

3. Substitusikan Nilai Variabel pada Fungsi Numerus

Syarat numerus harus berupa bilangan positif. Namun, jika menghasilkan numerus negatif, maka nilai tersebut tidak termasuk solusi.

Penyelesaian Persamaan Logaritma Berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$

1. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $2_{\log} 2x^2 - 2x + 20 = 2_{\log} x^2 + 6x + 5$

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ gunakan sifat $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \iff f(x) = g(x)$.

- Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $2_{\log} 2x^2 - 2x + 20 = 2_{\log} x^2 + 6x + 5$ dengan

persamaan:

$$a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \square f(x) = g(x).$$

$${}^2\log 2x^2 - 2x + 20 = {}^2\log x^2 + 6 \square \square 2x^2 - 2x + 20 = x^2 + 6x + 5$$

$$2x^2 - 2x + 20 - x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 =$$

- Tentukan nilai x dari $x^2 - 8x + 15 = 0$

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow (x - 5)(x - 3) = 0$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

HP dari $x^2 - 8x + 15 = 0$ adalah $\{5,3\}$.

- Substitusikan $x = 5$ dan $x = 3$ pada numerus.

Substitusikan pada persamaan $2x^2 - 2x + 20$

$$x = 5 \rightarrow 2x^2 - 2x + 20 = 2(5)^2 - 2(5) + 20$$

$$= 50 - 10 + 20$$

$$= 60 \text{ (numerus positif)} \rightarrow \text{memenuhi}$$

$$x = 3 \rightarrow 2x^2 - 2x + 20 = 2(3)^2 - 2(3) + 20$$

$$= 18 - 6 + 20$$

$$= 32 \text{ (numerus positif)} \rightarrow \text{memenuhi}$$

Karena syarat dari persamaan logaritma berbentuk $a_{\log(x)} = a_{\log g(x)}$ adalah basis (a) bernilai sama, $a > 0$ dan $a \neq 0$, $f(x)$ dan $g(x) > 0$. Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan ${}^2\log 2x^2 - 2x + 20 = {}^2\log x^2 + 6x + 5$ adalah 5 dan 3.

2. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $\log(x^2 - 27) = \log(6x)!$

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ gunakan sifat $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \square \square \square f(x) = g(x)$.

- Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $\log(x^2 - 27) = \log(6x)$ dengan menggunakan bentuk:

$$a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \square f(x) = g(x).$$

$$\log(x^2 - 27) = \log(6x) \square x^2 - 27 = 6x$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

- Tentukan nilai x dari $x^2 - 6x - 27 = 0$

$$x^2 - 6x - 27 = 0 \rightarrow (x - 9)(x + 3) = 0$$

$$x - 9 = 0 \quad x + 3 = 0$$

$$0 \quad x = 3$$

$$x = 5$$

HP dari $x^2 - 6x - 27 = 0$ adalah $\{9, -3\}$

- Substitusikan $x = 9$ dan $x = -3$ pada numerus.

Substitusikan pada persamaan $x^2 - 27$

$$x = 9 \rightarrow x^2 - 27 = (9)^2 - 27$$

$$= 81 - 27$$

= 54 (numerus positif) \rightarrow memenuhi

$$x = -3 \rightarrow x^2 - 27 = (3)^2 - 27$$

$$= 18 - 27$$

= -18 (numerus negatif) \rightarrow tidak memenuhi

Karena syarat dari persamaan logaritma berbentuk $a_{\log (x)} = a_{\log g(x)}$ adalah basis (a) bernilai sama, $a > 0$ dan $a \neq 0$, $f(x)$ dan $g(x) > 0$. Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan $\log (x^2 - 27) = \log (6x)$ adalah 9

3. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $^{10}\log 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = ^{10}\log 2x^3 + 4x^2 + 3x - 8$

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan persamaan logaritma berbentuk $a_{\log f(x)} = a_{\log g(x)}$ gunakan sifat $a_{\log f(x)} = a_{\log g(x)} \iff f(x) = g(x)$.

- Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $^{10}\log 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = ^{10}\log 2x^3 + 4x^2 + 3x - 8$ dengan menggunakan bentuk:

$$a_{\log f(x)} = a_{\log g(x)} \iff f(x) = g(x).$$

$$^{10}\log 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = ^{10}\log 2x^3 + 4x^2 + 3x - 8$$

$$\iff 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = 2x^3 + 4x^2 + 3x - 8$$

$$2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 - 2x^3 - 4x^2 - 3x + 8 = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

- Tentukan nilai x dari $x^2 + 3x - 4 = 0$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow (x - 1)(x + 4) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad x + 4 = 0$$

$$x = 1 \quad x = -4$$

HP dari persamaan $x^2 + 3x - 4 = 0$ adalah $\{1, -4\}$.

- Substitusikan $x = 1$ dan $x = -4$ pada numerus.

Substitusikan pada persamaan $2x^3 + 4x^2 + 3x - 8$

$$x = 1 \rightarrow 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = 2(1)^3 + 5(1)^2 + 6(1) - 12$$

$$= 2 + 5 + 6 - 12$$

$$= 13 - 12$$

$$= 1 \text{ (numeris positif)} \rightarrow \text{memenuhi}$$

$$x = -4 \rightarrow 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = 2(-4)^3 + 5(-4)^2 + 6(-4) - 12$$

$$= -128 + 80 - 24 - 12$$

$$= -84 \text{ (numeris positif)} \rightarrow \text{memenuhi}$$

Karena syarat dari persamaan logaritma berbentuk persamaan ${}^{10}\log 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = {}^{10}\log 2x^3 + 4x^2 + 3x - 8$ adalah basis (a) bernilai sama, $a > 0$ dan $a \neq 0$, $f(x)$ dan $g(x) > 0$.

Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan persamaan ${}^{10}\log 2x^3 + 5x^2 + 6x - 12 = {}^{10}\log 2x^3 + 4x^2 + 3x - 8$

4. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $\log x^2 + 7x + 2 = 1 + \log (x + 3)$

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ gunakan sifat $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \iff f(x) = g(x)$.

- Sebelum menentukan nilai x yang memenuhi persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \iff f(x) = g(x)$ maka samakan nilai log ruas kiri dan ruas kanan.

$$\log (x^2 + 7x + 2) = 1 + \log (x + 3)$$

$$\log (x^2 + 7x + 2) = \log 10 + \log (x + 3)$$

$$\log (x^2 + 7x + 2) = \log 10 (x + 3)$$

$$\log(x^2 + 7x + 2) = \log(10x + 30)$$

Catatan: log harus = log

- Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $\log(x^2 + 7x + 2) = \log(10x + 30)$ dengan menggunakan bentuk:

$$a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \square f(x) = g(x)$$

$$\log(x^2 + 7x + 2) = \log(10x + 30) \square x^2 + 7x + 2 = 10x + 30$$

$$x^2 + 7x + 2 - 10x - 30 = 0$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0$$

- Tentukan nilai x dari $x^2 - 3x - 28 = 0$

$$x^2 - 3x - 28 = 0 \rightarrow (x - 7)(x + 4) = 0$$

$$x - 7 = 0 \quad x + 4 = 0$$

$$x = 7 \quad x = -4$$

HP dari persamaan $x^2 + 3x - 4 = 0$ adalah $\{7, -4\}$.

- Substitusikan $x = 7$ dan $x = -4$ pada numerus.

$$x = 7 \rightarrow x^2 + 7x + 2 = (7)^2 + 7(7) + 28$$

$$= 49 + 49 + 28$$

$$= 100(\text{numerus positif}) \rightarrow \text{memenuhi}$$

$$x = -4 \rightarrow x^2 + 7x + 2 = (-4)^2 + 7(-4) + 28$$

$$= 16 + -28 + 28$$

= 16(numerus positif) \rightarrow memenuhi

Karena syarat dari persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ adalah basis (a) bernilai sama, $a > 0$ dan $a \neq 0$, $f(x)$ dan $g(x) > 0$. Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan $\log(x^2 + 7x + 2) = \log(10x + 30)$ adalah 7 dan -4

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa persamaan logaritma adalah kebalikan dari pemangkatan dan merupakan suatu persamaan yang peubahnya adalah bilangan pokok logaritma. Persamaan Logaritma Berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ dapat diselesaikan dengan menentukan sifat dari persamaan tersebut. Adapun syarat dari persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ akan terpenuhi apabila basis (a) bernilai sama, $a > 0$ dan $a \neq 0$, $f(x)$ dan $g(x) > 0$. Dari syarat tersebut maka persamaan logaritma berbentuk $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x)$ memiliki sifat $a_{\log} f(x) = a_{\log} g(x) \square f(x) = g(x)$.

REFERENSI

- Andhini, N. F. (2017). Modul 7 : Fungsi Eksponen dan Logaritma beserta beberapa aplikasinya. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 53(9), 1689– 1699.
- Dong, Z. (2012). sifat-sifat logaritma. 1996, 49–56.
- Logaritma, A. D. (n.d.). logaritma: pengertian dan sifat logaritma. 1–4.
- Los, U. M. D. E. C. D. E. (n.d.). Bentuk-Bentuk Persamaan Logaritma dan Cara Menyelesaikannya | *Matematika Kelas 10*.
- Pintar, S., & Pintar, S. (n.d.). pengertian, rumus dan manfaat dari logaritma.
- Pratama, M. Y. (2018). Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Islam Negeri.