Jurnal Pustaka Cendekia Pendidikan
Volume 02, No. 01, Mei - Agustus 2024, pp. 24-29
E-ISSN: 2988-7720
Website: https://pcpendidikan.org/index.php/jpcp

Invers Matriks Ordo 3x3 dengan Menggunakan Metode Operasi Baris Elementer (OBE)

Riska Wulandari

Program Studi S1 Pendidikan Matematika, Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai, Jl. Tuanku Tambusai No. 23
Bangkinang Kota, Kab. Kampar, Provinsi Riau
riskawulandari200600@gmail.com

Abstract

Matrix is a branch of Linear Algebra, which is one of the important topics in mathematics. In line with the development of science, the application of matrices is often found in everyday life, both in the field of mathematics itself and for other disciplines. This use is widely used in solving problems related to everyday life, for example in banking applications, in the world of sports, and in the economic field. Whereas in mathematics, matrices can be used to handle linear models, such as finding solutions to systems of linear equations. On the other hand, there are also many problems that often arise related to the problem of the matrix itself, including how to determine the inverse of a matrix, which is also known as the inverse of a matrix. While the problem that often arises in finding the inverse matrix is if the matrix is neither square nor singular. In fact, a matrix is said to have an inverse if and only if it is a square matrix and is non-singular. An interesting discussion in matrix theory is determining the inverse of a matrix. Inverses have an important role in solving several problems in matrices and are widely used in mathematics and applied sciences. Many methods are used in finding the inverse matrix including substitution, matrix partitioning, adjoining matrix, Gaussian elimination, Gauss-Jordan elimination, elementary row operations (OBE), elementary inverse matrix multiplication, and LU matrix decomposition. This article explains how to solve an inverse matrix of order 3x3 using elementary row operations (obe) method.
Keywords : Inverse Matrix, Types of Matrix, Elementary Row Operations (OBE)

Abstrak

Matriks merupakan sebuah cabang dari ilmu Aljabar Linear, yang mana merupakan salah satu bahasan penting dalam matematika. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika sendiri maupun bagi disiplin ilmu yang lain. Penggunaan tersebut banyak dimanfaatkan dalam menyelesaikan masalah-masalah yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari, misalnya pada aplikasi perbankan, dalam dunia olahraga, dan dalam bidang ekonomi. Sedangkan dalam matematika, matriks dapat digunakan untuk menangani model-model linear, seperti mencari penyelesaian sistem persamaan linear. Di sisi lain, banyak juga permasalahan yang sering muncul berkaitan dengan masalah matriks itu sendiri, diantaranya adalah bagaimana cara menentukan invers suatu matriks, yang dikenal juga sebagai kebalikan dari suatu matriks. Sedangkan masalah yang sering muncul dalam mencari invers matriks yaitu apabila matriks tersebut tidak persegi maupun singular. Padahal suatu matriks dikatakan mempunyai invers jika dan hanya jika matriks tersebut merupakan matriks persegi dan non singular. Pembahasan menarik dalam teori matriks adalah menentukan invers suatu matriks. Invers mempunyai peranan penting dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam matriks dan banyak dipergunakan dalam ilmu matematika maupun ilmu terapannya. Banyak metode yang digunakan dalam mencari invers matriks diantaranya subsitusi, partisi matriks, matriks adjoin, eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, Operasi baris elementer (OBE), perkalian matriks invers elementer, dan dekomposisi matriks LU. Pada artikel ini dijelaskan bagaimana menyelesaikan Invers matriks ordo 3x3 dengan menggunakan metode operasi baris elementer (obe).
Kata Kunci: Invers Matriks, Jenis-jenis Matriks, Operasi Baris Elementer (OBE)

Copyright (c) 2024 Riska Wulandari

✉Corresponding author: Riska Wulandari
Email Address: riskawulandari200600@gmail.com (Koto Sei Tonang, Kec. Bangkinang, Kab. Kampar, Riau)
Received 18 August 2024, Accepted 24 August 2024, Published 30 August 2024

PENDAHULUAN

Matriks merupakan sebuah cabang dari ilmu Aljabar Linear, yang mana merupakan salah satu bahasan penting dalam matematika. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika sendiri maupun bagi disiplin ilmu yang lain.

Dan Matriks juga merupakan kajian aljabar yang memberikan banyak manfaat bagi aplikasi matematika dan juga bidang matematika lainnya seperti statistik dan numerik. Aplikasi matriks memberikan kemudahan bagi matematikawan dalam menyederhanakan permasalahan matematika. Oleh karena itu matriks menjadi poin penting dalam bidang aljabar (Rosidah;., 2018).

Suatu matriks (matrix) adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut entry dari matriks. Pada umumnya matriks di notasikan dalam huruf besar, sedangkan elemen-elemennya dalam huruf kecil. Secara umum matriks sebagai berikut.

$$\begin{matrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{matrix}$$

Jumlah baris dan kolom menentukan ordo (dimensi) dari matriks, jadi m×n dibaca sebagai A adalah matriks yang mempunyai m baris dan n kolom. Jika jumlah baris dari suatu matriks sama dengan jumlah kolomnya (m=n) maka matriks tersebut dinamakan matriks bujur sangkar. Invers matriks terjadi apabila A dan B matriks bujur sangkar berordo n, sedemikian sehingga AB = BA = I, maka B disebut invers dari A (B = A-1), dan A disebut invers dari B (A = B-1). I = merupakan matriks Identitas. Contoh:

$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1/5 & - & 3/5 \\ 2/5 & - & 1/5 \end{bmatrix}$

Bukti Inversnya benar adalah jika $B.B^{-1} = B^{-1}.B = 1$

METODE

Dalam penelitian ini, metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kepustakaan (library research), yang merupakan rangkaian kegiatan yang berkaitan dengan pengumpulan data melalui sumber-sumber pustaka, dan metode search engine yang merupakan pencarian di internet. secara umum tulisan ini memuat latar belakang penulisan. Terdapat gambaran umum dari latar belakang tentang permasalahan yang dibahas. Kemudian disajikan teori-teori yang membantu penulisan dalam menyelesaikan masalah yang dipaparkan sebelumnya, sehingga pada pembahasan selanjutnya merupakan pembahasan keseluruhan tulisan ini yang memberikan penjelasan tentang invers matriks ordo 3x3 dengan menggunakan metode obe. Semua penulisan sudah didasari pada artikel maupun jurnal yang berkaitan dengan materi penulisan.

HASIL DAN DISKUSI

Operasi Baris Elementer (OBE) merupakan operasi aritmatika (penjumlahan dan perkalian) yang dikenakan pada setiap unsur dalam suatu baris pada sebuah matriks (Sari, 2012). OBE bisa digunakan untuk menentukan invers suatu matriks dan menyelesaikan suatu sistem persamaan linear (SPL).

Operasi baris elementer meliputi :

Pertukaran Baris

Pertukaran baris merupakan operasi dimana kita menukar suatu baris dengan baris lainnya pada suatu matriks yang sama.

Contoh :

$$A=\begin{bmatrix}-3 & -2 & -1\\ 1 & 2 & 3\\ 0 & 2 & 4\end{bmatrix} b_1 \leftrightarrow b_2 \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ -3 & -2 & -1\\ 0 & 2 & 4\end{bmatrix}$$

ket: b_1 (baris 1) bertukar dengan b_2 (baris 2)

Perkalian suatu baris dengan konstanta tak nol

Perkalian dengan bilangan real bukan nol, seperti yang diindikasikan oleh namanya, operasi dilakukan dengan mengalikan suatu baris dalam matriks dengan konstanta bilangan real bukan nol.

Contoh :

$$A=\begin{bmatrix}4 & -4 & 0 & -4\\ 0 & 2 & 1 & 7\\ 2 & -1 & 1 & 3\end{bmatrix} \tfrac{1}{4} b_1 \rightarrow \begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 1 & 7\\ 2 & -1 & 1 & 3\end{bmatrix}$$

ket: b_1 (baris 1) dikali dengan ¼

Penjumlahan hasil perkalian suatu baris dengan konstanta tak nol (seperti butir 2) dengan baris yang lain.

Penjumlahan suatu baris dengan baris yang lain, artinya kita mengoperasikan suatu baris terhadap baris lainnya dalam suatu matriks.

Contoh:

$$A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 1 & 7\\ 2 & -1 & 1 & 3\end{bmatrix} \xrightarrow{b_3 + 3b_1} \begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 1 & 7\\ 5 & -4 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

ket: b_3 (baris 3) ditambah 3 kali b_1 (baris 1)

Jadi, dalam menggunakan metode operasi baris elementer ini, kita bisa menggunakan 3 pengoperasian tersebut.

Teorema 3.1 : Jika suatu matriks elementer E diperoleh dengan melakukan suatu OBE pada I_m dan A adalah matriks berukuran m x n, maka hasil kali EA merupakan suatu matriks yang diperoleh dari A dengan melakukan OBE yang sama pada I_m untuk memperoleh E.

Contoh 1

Tentukan invers matriks berikut menggunakan metode OBE

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ -2 & -2 & 1\end{pmatrix}$$

Penyelesaian:

$$=\left(\begin{array}{ccc|ccc}3 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ -2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right) b_1 \leftrightarrow b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad -3b_1 + b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ -2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad 2b_1 + b_3$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad -b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad -b_3 + b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \quad -b_2 + b_1$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right)$$

Jadi, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Contoh 2

Tentukan invers matriks berikut menggunakan metode OBE

$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Penyelesaian :

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 5 & 5 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad b_1 - 2b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 5 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad b_2 - 2b_1$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 10 & 9 & -2 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad b_3 - 5b_1$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 10 & 9 & -2 & 5 & 0 \\ 0 & 16 & 19 & -5 & 10 & 1 \end{array}\right) b_3 - b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 10 & 9 & -2 & 5 & 0 \\ 0 & 6 & 10 & -3 & 5 & 1 \end{array}\right) b_3 - b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 10 & 9 & -2 & 5 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) b_2 - 9b_3$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -3 & -3 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 46 & 0 & 7 & 5 & -9 \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) b_1 + 3b_3$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -15 & 0 & -2 & -2 & 3 \\ 0 & 46 & 0 & 7 & 5 & -9 \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \frac{1}{46} b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -15 & 0 & -2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{46} & \frac{5}{46} & \frac{9}{46} \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) b_1 + 15b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{13}{46} & -\frac{17}{46} & \frac{3}{46} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{46} & \frac{5}{46} & \frac{9}{46} \\ 0 & -4 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) b_3 + 4b_2$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{13}{46} & -\frac{17}{46} & \frac{3}{46} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{46} & \frac{5}{46} & \frac{9}{46} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{18}{46} & \frac{20}{46} & \frac{10}{46} \end{array}\right) \quad \text{Jadi, } A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{13}{46} & -\frac{17}{46} & \frac{3}{46} \\ \frac{7}{46} & \frac{5}{46} & \frac{9}{46} \\ -\frac{18}{46} & \frac{20}{46} & \frac{10}{46} \end{pmatrix}$$

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, dapat di simpulkan bahwa Matriks merupakan kajian aljabar yang memberikan banyak manfaat bagi aplikasi matematika dan juga bidang matematika lainnya seperti statistik dan numerik. Invers matriks terjadi apabila A dan B matriks bujur sangkar berordo n, sedemikian sehingga AB = BA = I, maka B disebut invers dari A (B = A-1), dan A disebut invers dari B (A = B-1). I = merupakan matriks Identitas.

Artikel ini masih belum sempurna dalam penulisan, sehingga diharapkan jika ada saran atau kritik dapat digunakan untuk penulisan berikutnya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah terlibat dalam penulisan artikel ini.

REFERENSI

Rosidah;. (2018). Bab Ii Landasan Teori. *Journal of Chemical Information and Modeling*, *53*(9), 8–24.

Sari, D. I. (2012). *Buku Diktat Aljabar Linear Elementer*. *Bagian I*.

Welt, P., & Treatment, H. (2011). *BAB I Latar Belakang Masalah Perumusan Masalah Batasan Masalah*. 1–64.