Jurnal Pustaka Cendekia Pendidikan
Volume 02, No. 01, Mei - Agustus 2024, pp. 30-34
E-ISSN: 2988-7720
Website: https://pcpendidikan.org/index.php/jpcp

Determinan Matrik 3x3 dengan Metode *Doolittle*

Gita lestari

Program Studi S1 Pendidikan Matematika, Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai, Jl. Tuanku Tambusai No. 23
Bangkinang Kota, Kab. Kampar, Provinsi Riau
glestary59@gmail.com

Abstract

The matrix is one of the basic materials for studying mathematics, especially algebraic problems. This matrix problem is familiar to students because the matrix has been studied since they were in high school. Matrix calculation is an important topic and is often used in mathematical applications. Matrix is used in solving various problems. The matrix has a shape and size or matrix order. Among them are square matrices of size n x n, identity matrices, upper and lower triangular matrices, symmetrical matrices, diagonal matrices, singular and non-singular matrices. While the size of the matrix (matrix order) is determined by the number of rows and columns of a matrix.
Keywords: Determinant Of Matrix, Square Matrix, Sarrus Method, Matrix Order

Abstrak

Matriks merupakan salah satu materi dasar untuk mempelajari ilmu matematika khususnya masalah aljabar. Masalah matriks ini sudah tidak asing bagi mahasiswa karena matriks sudah dipelajari sejak duduk di bangku sekolah menengah. Perhitungan matriks merupakan suatu topik yang penting dan sering digunakan dalam aplikasi matematika. Matriks digunakan dalam memecahkan berbagai persoalan. Matriks mempunyai bentuk dan ukuran atau ordo matriks. Diantaranya matriks bujur sangkar yang berukuran n x n, matriks identitas, matriks segitiga atas dan segitiga bawah, matriks simetris, matriks diagonal, matriks singular dan non singular. Sedangkan ukuran matriks (ordo matriks) di tentukan oleh banyaknya baris dan kolom sebuah matriks.
Kata Kunci: Determinan matriks, matriks bujur sangkar, Metode sarrus, Ordo matriks

✉Corresponding author: Gita lestari
Email Address: glestary59@gmail.com (Dusun 3, Desa Gunung malelo, Kec. koto kampar, Kab. Kampar, Riau)
Received 18 August 2024, Accepted 24 August 2024, Published 30 August 2024

PENDAHULUAN

Salah satu cabang ilmu matematika yang sangat penting adalah Aljabar. Aljabar berasal dari Bahasa Arab yaitu “al-jabr” yang berarti “pertemuan atau hubungan atau penyelesaian”. Penemu Aljabar adalah Abu Abdullah Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi. Ilmu matematika juga dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah dunia nyata yaitu dalam bidang ekonomi, statistik, biologi, ataupun yang lainnya. Untuk cabang matematika yang lain yaitu Analisis, Persamaan Differensial, Geometri, Teori Graph, maupun Matematika Terapan.

Dalam Aljabar memiliki pokok permasalahan untuk dikembangkan lebih lanjut lagi, salah satunya yaitu Aljabar Linear. Aljabar linier merupakan cabang dari ilmu matematika yang didalamnya dikenal istilah matriks. Teori tentang matriks pertama kali dikembangkan oleh Arthur Cayley(1821-1895) pada 1857. Sekarang matriks telah menjadi alat yang berguna diberbagai bidang. Berdasarkan sifat operasinya, terdapat beberapa jenis matriks diantaranya yaitu matrik singular dan matrik nonsingular(Trihastuti, 2014).

Matriks merupakan salah satu materi dasar untuk mempelajari ilmu matematika khususnya masalah aljabar. Masalah matriks ini sudah tidak asing bagi mahasiswa karena matriks sudah dipelajari sejak duduk di bangku sekolah menengah. Perhitungan matriks merupakan suatu topik yang penting dan sering digunakan dalam aplikasi matematika. Matriks digunakan dalam memecahkan berbagai persoalan.

Matriks mempunyai bentuk dan ukuran atau ordo matriks. Diantaranya matriks bujur sangkar yang berukuran n x n, matriks identitas, matriks segitiga atas dan segitiga bawah, matriks simetris, matriks diagonal, matriks singular dan non singular. Sedangkan ukuran matriks (ordo matriks) di tentukan oleh banyaknya baris dan kolom sebuah matriks.

METODE

Dalam penelitian ini, metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kepustakaan (library research), yang merupakan rangkaian kegiatan yang berkaitan dengan pengumpulan data melalui sumber-sumber pustaka, dan metode search engine yang merupakan pencarian di internet. secara umum tulisan ini memuat latar belakang penulisan. Terdapat gambaran umum dari latar belakang tentang permasalahan yang dibahas. Kemudian disajikan teori-teori yang membantu penulisan dalam menyelesaikan masalah yang dipaparkan sebelumnya, sehingga pada pembahasan selanjutnya merupakan pembahasan keseluruhan tulisan ini yang memberikan penjelasan tentang determinan matriks 3x3 dengan menggunakan metode Doolittle. Semua penulisan sudah didasari pada artikel maupun jurnal yang berkaitan dengan materi penulisan.

HASIL DAN DISKUSI

Determinan matriks

Determinan matriks merupakan selisih antara perkalian elemen-elemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan matriks hanya dapat dicari dengan matriks persegi.

Definisi 1: (Ruminta, 2009) Matriks adalah kumpulan bilangan-bilangan yang disusun secara khusus dalam bentuk baris dan kolom sehingga membentuk empat persegi panjang atau bujur sangkar yang ditulis diantara dua tanda kurung, yaitu ( ) atau .

Definisi 2: (Amanda, 2020) Misalkan A sebagai matriks bujur sangkar berukuran b x b. Matriks A disebut matriks segitiga atas jika aij = 0 untuk i > j, dan A dikatakan matriks segitiga bawah jika aij = 0 untuk i > j.

Jenis – Jenis Matriks

Berdasarkan ordonya terdapat beberapa jenis matriks yaitu:

1. Matriks bujur sangkar/persegi yaitu matriks berordo atau x banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom. Contoh dari matriks bujur sangkar adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{B_{2X2}} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B_{3X3}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Matriks baris yaitu matriks berordo 1 *x n* atau hanya memiliki satu baris. Berikut ini adalah contoh matriks baris : $C_{1X3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$
3. Matriks kolom yaitu matriks yang hanya memiliki satu kolom. Contoh matriks kolom adalah sebagai berikut : $E_{2X1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$, $E_{3X1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$
4. Matriks tegak yaitu matriks berordo *m x n* adalah *m* > *n*. contoh matriks tegak adalah sebagai berikut : $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$
5. Matriks datar yaitu matriks berordo *m x n* dengan *m* > *n*. contoh matriks datar adalah sebagai berikut : $F = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Penyelesaian determinan matriks 3x3 dengan metode Doolittle

Metode *Doolittle* merupakan sebuah algoritma faktorisasi *LU* yang mensyaratkan elemen-elemen pada diagonal utama matrik *L* bernilai 1.

Untuk matriks 3x3 dari pesamaan [L][U]=[A] dapat ditulis :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh rumus sebagai berikut :

Iterasi 1 : $u_{11} = a_{11}$

$u_{12} = a_{12}$

$\frac{a_{21}}{a_{11}} = a_{13}$

Iterasi 2 : $l_{21} = \frac{a_{21}}{a_{11}}$

$l_{31} = \frac{a_{31}}{a_{11}}$

Iterasi 3 : $u_{22} = a_{22} - l_{21}u_{12}$

$U_{23} = a_{23} - l_{21}u_{13}$

Iterasi 4 : $l_{32} = \frac{a_{32} - l_{31} u_{12}}{u_{22}}$

Iterasi 5 : $U_{33} = a_{33} - l_{3.}u_{13} - l_{32}u_{32}$

Maka Det *A* = *det L x det U*

Contoh :

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{bmatrix}$$

Diketahui: $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Rumus perhitungannya :

Iterasi 1 : u_{11} = a_{11} = 2

u_{12} = a_{12} = 0

u_{13} = a_{13} = 1

Iterasi 2 : $l_{21} = \frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{2}{2} = 1$

$l_{31} = \frac{a_{31}}{a_{11}} = \frac{4}{2} = 2$

Iterasi 3 : $U_{22} = a_{22} - (l_{21})\,(u_{13})$

$= 3 - (1)(1) = 2$

$U_{23} = a_{23} - l_{21}.u_{13}$

$= 4 - (1)(1) = 3$

Iterasi 4 : $l_{32} = \frac{a_{32} - (l_{31})\ (u_{12})}{u_{22}}$

$= \frac{1 - (4)\ (0)}{2}$

$= \frac{1-0}{2}$

$= \frac{1}{2} = 2$

Iterasi 5 : $U_{33} = a_{33} - l_{31.}u_{13} - l_{32.}\,u_{32}$

$= 1 - (4)(1) - (2)(1)$

$= 1 - 4 - 2$

$= 2$

$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$

$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$ Det (L) = 1 x 1 x 1 = 1

$U = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow$ Det (U) = 2 x 2 x 2 = 6

Jadi , Det |A| = L x U

= 1 x 6

= 6

KESIMPULAN

Metode *Doolittle* merupakan sebuah algoritma faktorisasi ***LU*** yang mensyaratkan elemen-elemen pada diagonal utama matrik L bernilai 1. Metode *Doolittle* ini ialah kebalikan dari metode *crout*, prinsip metode ini adalah memfaktorkan matriks A menjadi suatu perkalian 2 matriks yaitu L(Matriks segitiga bawah) dan U(Matriks segitiga atas Metode Doolittle salah satu cara untuk menyelesaikan soal determinan matriks.

REFERENSI

Invers, M., Menyelesaikan, D., Persamaan, S., Serta, L., Dalam, A., & Ekonomi, B. (2009). *t # ffi*.

Semiati, R. (n.d.). *PAMEn PAN PAMEIUiN*.

Trihastuti, R. E. (2014). *Bentuk Normal Jordan..., Riyan Emmy Trihastuti, FKIP UMP, 2014*. 1–4.

Wahyudiningsih, E. (2013). *Konstruksi Matriks Singular Dari Suatu Matriks Yang Memenuhi Sifat Khusus*.