Jurnal Pustaka Cendekia Pendidikan
Volume 02, No. 03, Januari-April 2025, pp. 179-183
E-ISSN: 2988-7720
Website: https://pcpendidikan.org/index.php/jpcp

Determinan Matriks Ordo 3x3 dengan Menggunakan Metode *Crout*

Vivi Sahira Lestary

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai,
Jl. Tuanku Tambusai No.23, Bangkinang, Kec. Bangkinang, Kabupaten Kampar, Riau
vivisahiraa@gmail.com

Abstract

The determinant is an arrangement of numbers or symbols in the form of a square and presented between two vertical lines. The determinant as a unit that represents a value from the given matrix. The determinant of matrix A is denoted by [A] or det(A). In matrix theory, the calculation of determinants is one of the studies that is often discussed. Calculation of the determinant associated with a small matrix ($n \leq 3$) is usually never a problem, only using the definition of the determinant can usually be solved immediately. However, calculating the determinant of a matrix with a large size is difficult to do if you only use the definition of the determinant. Several methods that can be used to calculate the determinant of a matrix are the row reduction method, the Laplace/cofactor expansion method and the Crout method. To determine the determinant of the matrix in this article, the Crout method will be used.
Keywords: Matrix, Determinant, Crout Method

Abstrak

Determinan adalah susunan bilangan atau symbol yang berbentuk bujur sangkar dan disajikan di antara dua garis tegak. Determinan sebagai suatu kesatuan yang mewakili suatu nilai dari matriks yang diberikan. Determinan matriks A dinotasikan dengan [A] atau det(A). Pada teori matriks, perhitungan determinan merupakan salah satu kajian yang sering dibahas. Perhitungan determinan terkait dengan matriks berukuran kecil ($n \leq 3$) biasanya tidak pernah menjadi masalah, hanya dengan menggunakan definisi determinan biasanya langsung dapat diselesaikan. Namun perhitungan determinan matriks dengan ukuran yang besar, sukar dilakukan jika hanya menggunakan definisi determinan. Beberapa metode yang dapat digunakan untuk menghitung determinan matriks adalah metode reduksi baris, metode ekspansi Laplace/kofaktor dan metode Crout. Untuk menentukan determinan matriks pada artikel ini akan digunakan metode Crout.
Kata Kunci: Matriks, Determinan, Metode Crout

✉Corresponding author: Vivi Sahira Lestary
Email Address: vivisahiraa@gmail.com (Jl. Tuanku Tambusai No.23, Kec. Bangkinang, Kab. Kampar, Riau)
Received 23 October 2024, Accepted 29 October 2024, Published 04 November 2024

PENDAHULUAN

Matriks sebagai bagian dari matematika (khususnya ilmu aljabar) memungkinkan untuk menyatakan suatu sistem persamaan yang sangat rumit dalam suatu cara yang ringkas dan sederhana. Matriks didefinisikan sebagai deretan bilangan, parameter atau variabel yang disusun segi empat, yang masing-masing mempunyai tempat yang ditata secara cermat dalam matriks. Bentuk matriks seperti yang didefinisikan tersebut, tidak dapat diaplikasikan secara langsung untuk menyelesaikan persoalan- persoalan yang ada, karena persoalan-persoalan tersebut berasal dari dunia nyata.

Salah satu pembahasan penting dalam teori matriks adalah menentukan determinan matriks. Determinan adalah susunan bilangan atau symbol yang berbentuk bujur sangkar dan disajikan di antara dua garis tegak. Determinan sebagai suatu kesatuan yang mewakili suatu nilai dari matriks yang diberikan. Determinan matriks A dinotasikan dengan [A] atau det(A).

Dekomposisi Crout Merupakan suatu algoritma yang digunakan untuk memecah [A] menjadi [L] dan [U], sehingga dapat ditulis [L] [U] =[A]. Ilustrasi metode Crout untuk dekomposisi LU, untuk ukuran matriks n x n dari persamaan [L] [U] = [A].

METODE

Secara umum tulisan ini memuat latar belakang penulisan. Terdapat gambaran umum dari latar belakang tentang permasalahan yang dibahas. Kemudian disajikan teori-teori yang membantu penulisan dalam menyelesaikan masalah yang dipaparkan sebelumnya, sehingga pada pembahasan selanjutnya merupakan pembahasan keseluruhan tulisan ini yang memberikan penjelasan tentang determinan matriks ordo 3x3 dengan metode crout. Semua penulisan sudah didasari pada artikel maupun jurnal yang berkaitan dengan materi penulisan.

HASIL DAN DISKUSI

Matriks

Suatu matriks (matrix) adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut entry dari matriks. Pada umumnya matriks di notasikan dalam huruf besar, sedangkan elemen-elemennya dalam huruf kecil. Secara umum matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Jumlah baris dan kolom menentukan ordo (dimensi) dari matriks, jadi m×n dibaca sebagai A adalah matriks yang mempunyai m baris dan n kolom. Jika jumlah baris dari suatu matriks sama dengan jumlah kolomnya (m=n) maka matriks tersebut dinamakan matriks bujur sangkar.

Definisi 2.4 (Anton, Howard. 2004): *Matriks adalah susunan bilangan-bilangan riil atau bilangan kompleks yang membentuk segiempat siku-siku yang disusun menurut baris dan kolom.*

Selanjutnya, bilangan-bilangan tersebut dinamakan entri dalam matriks. Entri dari sebuah matriks *A* yang berada pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j* dinotasikan dengan a_{ij}. Secara umum bentuk matriks dapat ditulis sebagai berikut:

A =

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{24} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Matriks di atas mempunyai ukuran m baris dan n kolom dan dinotasikan dengan A_{mxn}. Secara singkat sebuah matriks *A* dapat di notasikan sebagai berikut = A_{mxn} = $[a_{ij}]_{mxn}$ atau *A*= $[a_{ij}]_{mxn}$.

dengan:

a_{ij} = elemen atau unsur matriks

i = 1,2,3, … , indeks baris

j = 1,2,3, … , indeks kolom

Determinan Matriks

Determinan adalah susunan bilangan atau symbol yang berbentuk bujur sangkar dan disajikan di antara dua garis tegak. Determinan sebagai suatu kesatuan yang mewakili suatu nilai dari matriks yang diberikan. Determinan matriks *A* dinotasikan dengan [*A*] atau det(*A*).

Definisi 2.5 : Anggap *A* adalah suatu matriks bujur sangkar. Fungsi determinan dinyatakan dengan det, **dan** kita mendefinsikan det(*A*) sebagai jumlah semua hasil kali dasar bertanda dari *A*. Angka det(*A*) disebut determinan *A*.

Teorema 2.1: Jika A dan B adalah matriks bujur sangkar yang berukuran sama, maka:

$$\mathbf{det}(\boldsymbol{AB}) = \mathbf{det}(\boldsymbol{A})\mathbf{det}(\boldsymbol{B})$$

Bukti:

A = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ *B* = $\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

det (*A*) = $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

det (*B*) = $b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}$

det (*A*) det (*B*) = $(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})(b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21})$

= $a_{11}a_{22}b_{11}b_{22} - a_{11}a_{22}b_{12}b_{21} - a_{12}a_{21}b_{11}a_{21} + a_{12}a_{21}b_{12}b_{21}$

$AB =$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$=$

$$\begin{bmatrix} a_{11}\;b_{11} + a_{12}\;b_{21} & a_{11}\;b_{12} + a_{12}\;b_{22} \\ a_{21}\;b_{11} + a_{22}\;b_{21} & a_{21}\;b_{12} + a_{22}\;b_{22} \end{bmatrix}$$

$$\det(AB) = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21})(a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22}) - (a_{11}\,b_{12} + a_{12}b_{22})(a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21})$$

$$= (a_{11}b_{11}a_{21}b_{12} + a_{11}b_{11}a_{22}b_{22} + a_{12}b_{21}a_{21}b_{12} + a_{12}b_{21}a_{22}b_{22}) - (a_{11}\,b_{12}a_{21}b_{11} + a_{11}\,b_{12}a_{22}b_{21} + a_{12}b_{22}a_{21}b_{11} + a_{12}b_{22}a_{22}b_{21})$$

$$= (a_{11}b_{11}a_{22}b_{22} + a_{12}b_{21}a_{21}b_{12} - a_{11}\,b_{12}a_{22}b_{21} - a_{12}b_{22}a_{21}b_{11})$$

Maka terbukti :

det (*AB*) = det (*A*) det (*B*)

Determinan Matriks Ordo 3x3 dengan Menggunakan Metode Crout

Suatu matriks A_{nxn} tak singular dapat difaktorkan menjadi hasil kali suatu matriks segitiga atas *U* dan matriks segitiga bawah *L*. Agar matriks- matriks *L* dan *U* tunggal maka elemen-elemen diagonalnya tidak boleh sebarang.

Dekomposisi Crout Merupakan suatu algoritma yang digunakan untuk memecah [*A*] menjadi [*L*] dan [*U*], sehingga dapat ditulis [*L*] [*U*] =[*A*]. Ilustrasi metode Crout untuk dekomposisi *LU*, untuk ukuran matriks n x n dari persamaan [*L*] [*U*] = [*A*]

Untuk matriks (3x 3) dari persamaan [L][U] = [A] dapat ditulis:

$$\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & o \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh rumus sebagai berikut:

- Iterasi 1 : $l_{11} = a_{11}$
    - $l_{21} = a_{21}$
  - $l_{31} = a_{31}$

- Iterasi 2 : $u_{12} = \frac{a_{12}}{a_{11}}$
- $u_{13} = \frac{a_{13}}{a_{11}}$
- Iterasi 3 : $l_{22} = a_{22} - l_{21}u_{12}$
    - $l_{32} = a_{32} - l_{31}u_{12}$
- Iterasi 4 : $u_{23} = \frac{a_{23} - l_{21}u_{13}}{l_{22}}$
- Iterasi 5 : $l_{33} = a_{33} - l_{31}u_{13} - l_{32}u_{23}$
- Maka Det *A* = det *L* x det *U*

KESIMPULAN

Mendefinisikan matriks sebagai susunan dari angka koefisien variabel dari suatu persamaan yang disajikan secara teratur dalam baris dan kolom yang membentuk persegi panjang, serta termuat antara sepasang tanda kurung.

Berdasarkan adanya beberapa cara atau metode dalam menetukan determinan suatu matriks, maka dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan metode crout adalah metode mudah dalam menentukan nilai hasil determinan dari suatu matriks. Jenis matriks yang dapak diselesaikan dalam determinan suatu matriks hanya terdefenisi pada matriks bujur sangkar saja, karena dalam menyelesaikan determinan suatu matriks hanya berlaku pada matriks yang berordo sama atau dapat disebut dengan matriks pangkat dan bujur sangkar.

REFERENSI

Amanda, A. P. (2020). Menghitung Determinan Matriks Blok Menggunakan Ekspansi Laplace Dan Komplemen Schur. Jurnal Matematika UNAND, 9(2), 138. https://doi.org/10.25077/jmu.9.2.138-145.2020

Trihastuti, R. E. (2014). Bentuk Normal Jordan..., Riyan Emmy Trihastuti, FKIP UMP, 2014. 1–4.

Rahma, A. N., Safitri, E. danRahmawati, Determinan Matriks Bentuk Khusus ≥3Menggunakan Metode Kondensasi Chio, Jurnal Sains Matematika dan Statistika, JSMS, 05, 2019, 23-29

Agus harjito, Matematika untuk Ekonomi dan Bisnis, (Yogyakarta: EKONISIA, 2000), hlm.231

Anton, Howard., dan Rorres, Chris., Dasar-Dasar Aljabar Linear Versi Aplikasi, Edisi Ketujuh, Erlangga, Jakarta, 2004.